

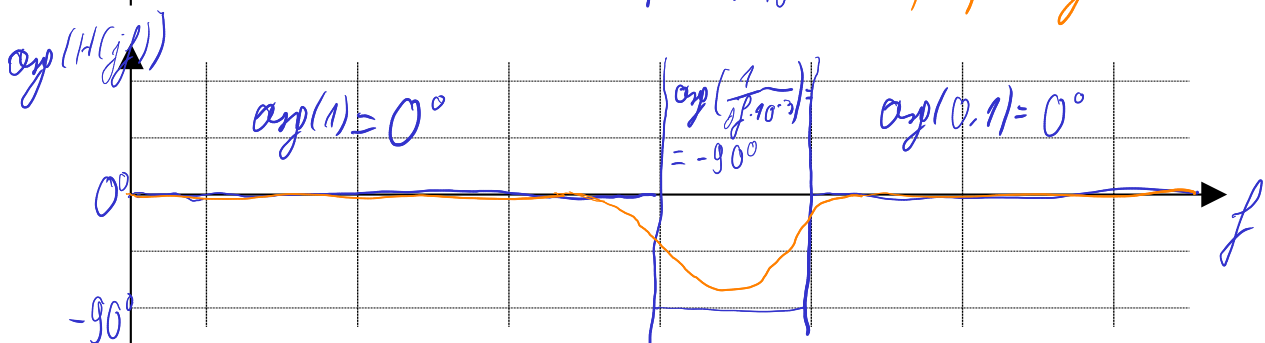
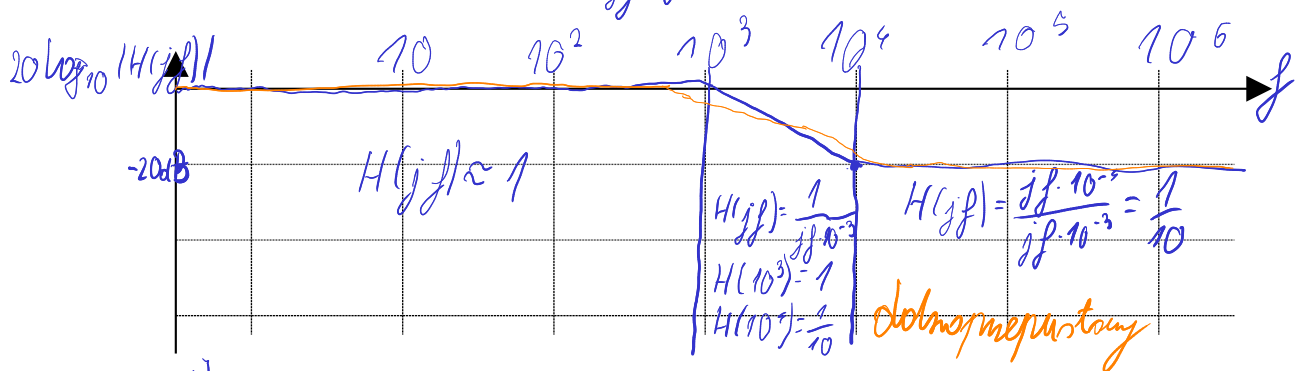
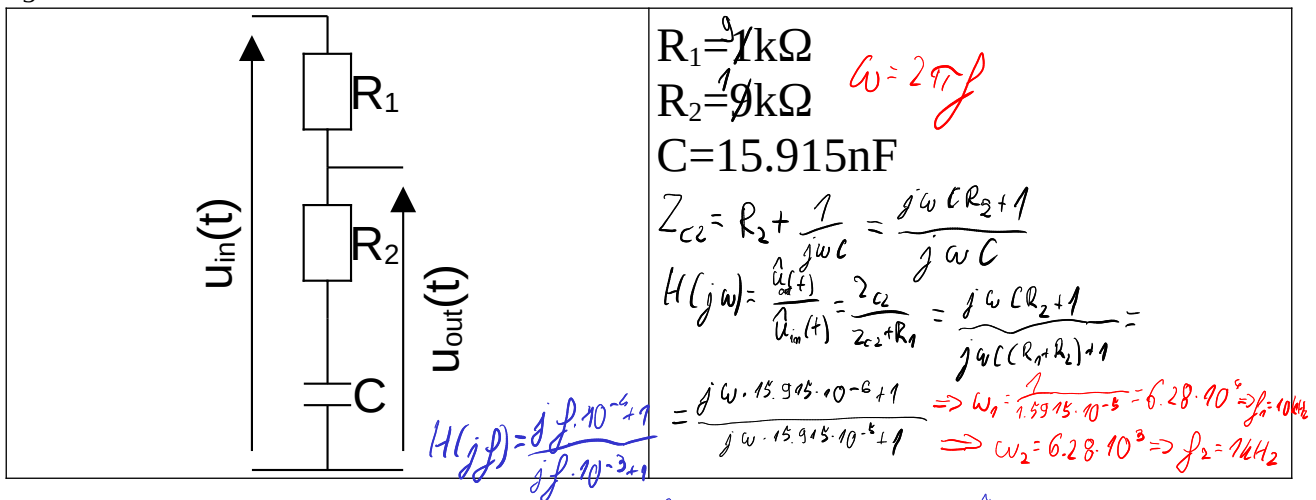
Imię, bez nazwiska , kierunek, grupa	Nr indeksu

Po napisaniu pracy kartkę proszę równo złożyć na pół, imieniem do przodu, a notatki umieścić w środku.

Grupa K

Zadanie 1 (18 pkt)

Oblicz transmitancję widmową $H(j\omega)$ układu poniżej. Naskicuj przybliżoną charakterystykę amplitudowo-fazową oraz nakreśl charakterystykę rzeczywistą. Określ typ filtra ze względu na przepuszczane/tłumione częstotliwości. Oblicz wzmocnienie oraz przesunięcie fazy sygnału o częstotliwościach $f_1=1\text{kHz}$, $f_2=2\text{kHz}$, $f_3=3\text{kHz}$.



$$H(j\omega) = \frac{j\omega \cdot 1,5915 \cdot 10^{-5} + 1}{j\omega \cdot 1,8915 \cdot 10^{-4} + 1}$$

$$H(jf) = \frac{jf \cdot 10^{-4} + 1}{jf \cdot 10^{-3} + 1}$$

Typ filtra:

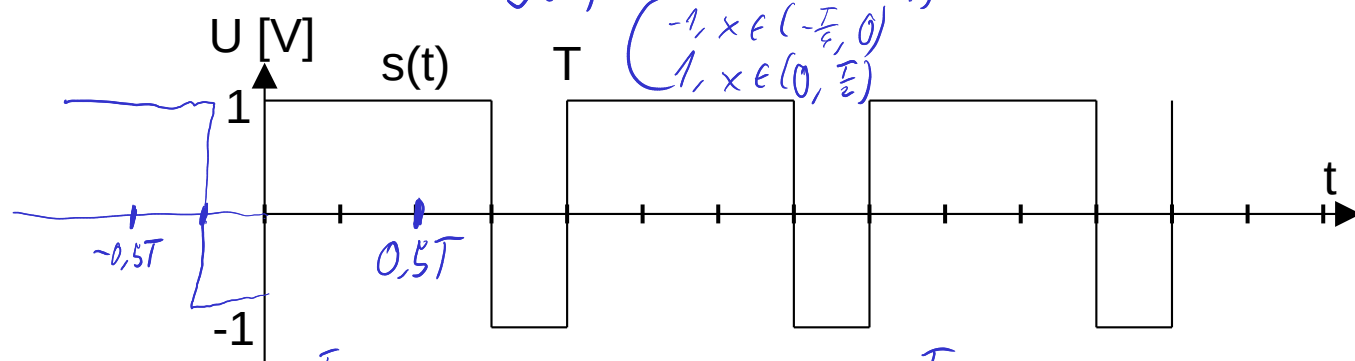
dolnoprzepustowy

	$f_1=1\text{kHz}$	$f_2=2\text{kHz}$	$f_3=3\text{kHz}$
Moduł amplitudy	0,711	0,456	0,330
Faza	$-39,29^\circ$	$-52,125^\circ$	$-55,87^\circ$

Zadanie 2 (12 pkt)

Oblicz transformatę Fouriera nieskończonego, okresowego sygnału przedstawionego na rysunku poniżej (podziałka odpowiada 0.25T). Zapisz sygnał $s(t)$ w postaci szeregu:

$$s(t) = \begin{cases} 1, & x \in (-\frac{T}{2}, -\frac{T}{4}) \\ -1, & x \in (-\frac{T}{4}, 0) \\ 1, & x \in (0, \frac{T}{2}) \end{cases}$$



$$a_n = \frac{2}{T} \left(\int_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{4}} \cos \frac{2\pi n t}{T} dt - \int_{-\frac{T}{4}}^0 \cos \frac{2\pi n t}{T} dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \cos \frac{2\pi n t}{T} dt \right) =$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left(\int_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{4}} \sin \frac{2\pi n t}{T} dt - \int_{-\frac{T}{4}}^0 \sin \frac{2\pi n t}{T} dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \frac{2\pi n t}{T} dt \right) =$$

$$s(t) = \frac{1}{\pi n} \left(-\sin \frac{\pi n}{2} + \sin \pi n - \sin 0 - \sin \frac{\pi n}{2} + \sin \pi n - \sin 0 \right) =$$

$$= \frac{2}{\pi n} \left(\sin \pi n - \sin \frac{\pi n}{2} \right)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left(\int_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{4}} \sin \frac{2\pi n t}{T} dt - \int_{-\frac{T}{4}}^0 \sin \frac{2\pi n t}{T} dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \frac{2\pi n t}{T} dt \right) =$$

$$= \frac{2}{T} \cdot \frac{T}{2\pi n} \left(\left[\cos \frac{2\pi n t}{T} \right]_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{4}} + \left[\cos \frac{2\pi n t}{T} \right]_{-\frac{T}{4}}^0 - \left[\cos \frac{2\pi n t}{T} \right]_0^{\frac{T}{2}} \right) =$$

$$= \frac{1}{\pi n} \left(-\cos \frac{\pi n}{2} + \cos \pi n + \cos 0 - \cos \frac{\pi n}{2} - \cos \pi n + \cos 0 \right)$$

$$= \frac{2}{\pi n} \left(1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)$$

$$a_0 = \lim_{n \rightarrow 0} \left(2 \left(\frac{\sin \pi n}{\pi n} - \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{\frac{\pi n}{2}} \right) \right) =$$

$$= 2 \left(1 - \frac{1}{2} \right) = 1$$

$$s(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \left(\sin \pi n - \sin \frac{\pi n}{2} \right) \cos \frac{2\pi n t}{T} + \frac{2}{\pi n} \left(1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right) \sin \frac{2\pi n t}{T}$$

Zadanie 3 (10 pkt)

Oblicz (w dziedzinie częstotliwości) składową stałą i 3 pierwsze harmoniczne sygnału na $u_{out}(t)$ wyjściu filtra z zadania pierwszego po podaniu na jego wejście sygnału $s(t)$ z zadania drugiego przy założeniu okresu $T=1\text{ms}$. $\rightarrow f=1\text{kHz}$

$$u_{out}(t)=$$

Składowa stała: $\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2}$

n	f_n	a_n	b_n	$ H(jf) $	$\arg(H(jf))$
1	1kHz	$-0,6366$	$0,6366$	$0,711$	$-39,29^\circ$
2	2kHz	0	$0,6366$	$0,456$	$-52,13^\circ$
3	3kHz	$0,2122$	$0,2122$	$0,3102$	$-54,87^\circ$

$$u_{out}(t) = \frac{1}{2} - 0,6366 \cos(2\pi \cdot 10^3 \cdot t - 39,29^\circ) \cdot 0,711 + 0,6366 \sin(2\pi \cdot 10^3 \cdot t - 39,29^\circ) \cdot 0,711 \\ + 0 \cdot \cos(2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot t - 52,13^\circ) \cdot 0,456 + 0,6366 \sin(2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot t - 52,13^\circ) \cdot 0,456 \\ + 0,2122 \cos(2\pi \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot t - 54,87^\circ) \cdot 0,3102 + 0,3102 \sin(2\pi \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot t - 54,87^\circ) \cdot 0,3102$$

Równania analizy:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-0.5T}^{0.5T} f(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-0.5T}^{0.5T} f(t) \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt$$

Równania syntezy:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)$$